

MODUL

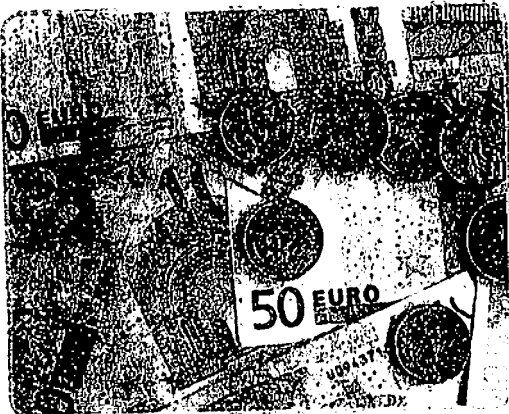
4

MATRIKS

EKT EKP 2002

Kompetensi Dasar

Memecahkan masalah berkaitan dengan konsep matriks.



Sumber: www.dreamteam.com

Di sebuah toko pakaian harga 3 baju dan 4 celana Rp60.000,00, sedangkan harga 5 baju dan 2 celana Rp65.000,00. Berapakah harga satu baju dan satu celana? Untuk menjawab pertanyaan di atas dapat menggunakan teori matriks yang akan Kamu pelajari pada bagian ini.

1. Kegiatan Belajar 1: Macam-Macam Matriks

a. Pengertian Matriks

Matriks adalah susunan dari bilangan-bilangan dengan bentuk persegi panjang yang diatur menurut baris dan kolom. Matriks dituliskan dengan memakai dua tanda kurung, nama matriks ditulis dengan huruf besar (kapital) seperti A , B , C dan lain sebagainya. Bilangan-bilangan yang ditempatkan dalam matriks disebut elemen dari matriks.

Karena matriks ditulis dalam bentuk persegi panjang yang diatur berdasarkan baris dan kolom, maka banyaknya baris dan kolom yang menyusun suatu matriks disebut ordo dari matriks itu. Agar kalian lebih memahaminya perhatikan matriks A dan B di bawah ini.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Matriks A mempunyai 2 baris dan 2 kolom, matriks A mempunyai ordo 2×2 ditulis $A_{2 \times 2}$ dan memiliki elemen-elemen: $a_{11} = 1$, $a_{12} = 2$, $a_{21} = 4$, dan $a_{22} = 3$. Matriks B mempunyai 2 baris dan 3 kolom, matriks B mempunyai ordo 2×3 ditulis $B_{2 \times 3}$ dan memiliki elemen-elemen: $b_{11} = 2$, $b_{12} = 3$, $b_{13} = 4$, $b_{21} = 5$, $b_{22} = 6$, $b_{23} = 7$.

b. Jenis-Jenis Matriks

Untuk memahami jenis-jenis matriks, dapat ditinjau dari banyaknya baris dan kolom penyusunannya, agar kalian lebih memahaminya perhatikan uraian berikut dengan baik.

1) Matriks Baris

Matriks baris adalah matriks yang hanya terdiri dari satu baris, contoh dari matriks kolom adalah $A = (2 \ 3 \ 4)$, $B = (-1 \ 0 \ 1 \ 2)$, dan $C = (1 \ 1 \ 4 \ 5 \ 6)$

2) Matriks Kolom

Matriks kolom adalah matriks yang hanya terdiri dari satu kolom, contoh dari matriks kolom adalah:

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3) Matriks Persegi (Bujursangkar)

Matriks persegi (bujursangkar) adalah matriks yang memiliki banyaknya baris sama dengan banyaknya

kolom, contoh dari matriks persegi adalah $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

4) Matriks Diagonal

Matriks diagonal adalah matriks persegi yang elemen pada diagonal utamanya tidak nol, sedangkan elemen yang lainnya adalah nol contoh dari matriks diagonal adalah

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad \text{dan} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

5) Matriks Identitas

Matriks identitas adalah matriks persegi yang elemen pada diagonal utamanya adalah satu, sedangkan elemen yang lainnya adalah nol. Contoh dari matriks identitas adalah:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{dan} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

c. Kesamaan Matriks

Dua buah matriks A dan B dikatakan sama jika ordonya kedua matriks sama dan elemen yang seletak dari kedua matriks juga sama. Agar kalian lebih memahami kesamaan dua matriks ini, perhatikan contoh berikut dengan baik.

Contoh 4.1

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3x & 2y \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$. Jika $A = B$ tentukan nilai x dan y .

Jawab:

Karena $A = B$ maka $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3x & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ sehingga:

$$3x = 6 \quad 2y = -4$$

$$x = \frac{6}{3} = 2 \quad y = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\text{Jadi } x = 2 \quad \text{dan} \quad y = -2$$

Contoh 4.2

Tentukan nilai a , b , dan c jika matriks $A = \begin{pmatrix} 3a & 4b & 5 \\ 7 & -2 & 2c \end{pmatrix}$ sama dengan matriks

$$B = \begin{pmatrix} a + 4 & 3b - 1 & 5 \\ 7 & -2 & 4c - 6 \end{pmatrix}$$

Jawab:

Karena $A = B$ maka $\begin{pmatrix} 3a & 4b & 5 \\ 7 & -2 & 2c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + 4 & 3b - 1 & 5 \\ 7 & -2 & 4c - 6 \end{pmatrix}$ sehingga diperoleh:

$$\begin{array}{lll}
 3a = a + 4 & 4b = 3b - 1 & 2c = 4c - 6 \\
 3a - a = 4 & 4b - 3b = -1 & 2c - 4c = -6 \\
 2a = 4 & b = -1 & -2c = -6 \\
 a = 2 & & c = 3
 \end{array}$$

Sehingga diperoleh $a = 2$, $b = -1$, dan $c = 3$

d. Transpose Matriks

Transpose dari matriks A adalah suatu matriks baru yang ditulis dalam bentuk A^T . Matriks baru ini diperoleh dengan cara mengubah baris pada matriks A menjadi kolom pada matriks baru dan mengubah

kolom pada matriks A menjadi baris pada matriks baru. Secara umum misalkan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ maka

transpose dari matriks A diberikan dalam bentuk $A^T = \begin{pmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{pmatrix}$, Perhatikan bahwa baris pada matriks A menjadi kolom pada matriks A^T dan kolom matriks A menjadi baris pada matriks A^T . Agar kalian lebih memahaminya perhatikan dengan baik contoh berikut.

Contoh 4.3

Tentukan transpose dari matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

Jawab

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \text{ maka } A^T = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \text{ maka } B^T = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 8 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Uji Kompetensi 4.1

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat untuk setiap soal berikut dan berikan alasannya!

1. Ordo dari matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ adalah

- a. 2×2 c. 3×1 e. 3×3
 b. 2×3 d. 3×2

alasan:

.....

2. Berikut ini yang termasuk matriks baris adalah

a. $(3 \ 7)$

c. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

3. Berikut ini yang termasuk matriks kolom adalah

a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

d. $(3 \ 7)$

alasan:

.....

4. Berikut ini yang termasuk matriks persegi adalah

a. $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

e. $(2 \ 1 \ 3)$

b. $(3 \ 7)$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

5. Berikut ini yang termasuk matriks diagonal adalah

a. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

6. Berikut ini yang termasuk matriks identitas adalah

- a. $\begin{pmatrix} 3 & -7 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 3 & 7 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

.....

.....

7. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2a & 5 \\ -3 & b \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} b & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$. Jika $A = B$, maka nilai a adalah

- a. 1 c. 3 e. 5
- b. 2 d. 4

alasan:

.....

.....

.....

8. Jika $\begin{pmatrix} a+b & 1 & 2 \\ 3 & c & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & a-b \\ 3 & 2a-b & 4 \end{pmatrix}$, maka nilai c adalah

- a. 2 c. 4 e. 6
- b. 3 d. 5

alasan:

.....

.....

.....

9. Transpose dari matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ adalah

- a. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

.....

.....

10. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} a & 2d \\ b & e \\ c & 3f \end{pmatrix}$. Jika $A = B^T$ maka nilai d adalah

a. -1

c. 2

e. 4

b. 1

d. 3

alasan:

.....

Rangkuman

1. Matriks adalah susunan bilangan yang terdiri dari baris dan kolom
2. Jenis-jenis matriks adalah:
 - a. Matriks baris adalah matriks yang hanya terdiri dari satu baris
 - b. Matriks kolom adalah matriks yang hanya terdiri dari satu kolom
 - c. Matriks persegi adalah matriks yang memiliki ordo sama
 - d. Matriks diagonal adalah matriks persegi yang elemen diagonal utamanya tidak nol, elemen lainnya nol
 - e. Matriks identitas adalah matriks diagonal dengan elemen diagonal utamanya satu (1)
3. Dua buah matriks dikatakan sama jika mempunyai ordo sama dan elemen seletaknya sama
4. Transpose matriks adalah pertukaran baris menjadi kolom pada matriks baru.

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban Uji Kompetensi yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1 ini.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban benar}}{10} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai:

90 % - 100 % = sangat baik

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = sedang

0 % - 69 % = kurang

Kalau Anda mencapai tingkat penguasaan materi 80% ke atas, Anda dapat melanjutkan pada Kegiatan Belajar 2, kalau tingkat penguasaan Anda di bawah 80%, Anda harus mengulang Kegiatan Belajar 1, terutama di bagian yang belum Anda kuasai.

Kegiatan Belajar 2: Operasi-Operasi pada Matriks

Pada bagian sebelumnya kalian telah mempelajari definisi matriks, jenis-jenis matrik, kesamaan dan transpose suatu matriks. Pada bagian ini akan dibahas operasi-operasi pada matriks seperti operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian matriks.

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Dua buah matriks misalkan matriks A dan matriks B , dapat dijumlahkan atau dikurangkan bila ordo kedua matriks itu sama. Proses penjumlahan dan pengurangan dilakukan dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan elemen-elemen yang seletak. Agar kalian lebih memahami penjumlahan dan pengurangan dari dua matriks perhatikan contoh berikut ini

Contoh 4.4

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, maka tentukanlah $A + B$ dan $A - B$.

Jawab

$$A + B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 5 & 2 + 6 \\ 3 + 7 & -4 + 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 5 & 2 - 6 \\ 3 - 7 & -4 - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ -4 & -12 \end{pmatrix}$$

b. Perkalian Skalar dengan Matriks

Bila A adalah suatu matriks dan k adalah suatu bilangan real, maka kA adalah suatu matriks yang diperoleh dari hasil perkalian k dengan setiap elemen pada matriks A . Agar lebih memahaminya, perhatikan contoh berikut dengan baik.

Contoh 4.5

Diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$, tentukan:

a. $3A$

b. $2B$

c. $-2A$

d. $3A + 2B$

Jawab

a. $3A = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -12 \\ 15 & 18 \end{pmatrix}$

b. $2B = 2 \cdot \begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -8 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -14 \\ -16 & 18 \end{pmatrix}$

$$c. -2A = -2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ -10 & -12 \end{pmatrix}$$

$$d. 3A + 2B = 3 \cdot \begin{pmatrix} 9 & -12 \\ 15 & 18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -14 \\ -16 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -26 \\ -1 & 36 \end{pmatrix}$$

c. Perkalian Matriks dengan Matriks

Dua buah matriks A dan B dapat dikalikan dan ditulis dalam bentuk $A \times B$, jika banyaknya kolom pada matriks A sama dengan banyaknya baris pada matriks B . Misalkan diberikan matriks A dan B sebagai berikut:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} g & h \\ i & j \\ k & l \end{pmatrix}$$

maka perkalian matriks A dan B ditulis dalam bentuk $A \times B$ adalah

$$A \times B = \begin{pmatrix} (a \times g + b \times i + c \times k) & (a \times h + b \times j + c \times l) \\ (d \times g + e \times i + f \times k) & (d \times h + e \times j + f \times l) \end{pmatrix}$$

Agar kalian lebih memahami perkalian dua matriks ini, perhatikan dengan baik contoh berikut ini!

Contoh 4.6

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & 6 \end{pmatrix}$ maka tentukanlah:

a. $A \times B$

b. $B \times A$

c. $A \times C$

d. $B \times C$

Jawab

$$a. A \times B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 - 1 & 8 + 2 \\ 6 - 0 & 4 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$b. B \times A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 + 4 & 3 + 0 \\ -4 + 4 & -1 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$c. A \times C = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 + 4 & 8 - 3 & -4 + 6 \\ 2 + 0 & 4 + 0 & -2 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$d. B \times C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 + 8 & 6 - 6 & -3 + 12 \\ -1 + 8 & -2 - 6 & 1 + 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 & 9 \\ 7 & -8 & 13 \end{pmatrix}$$

Uji Kompetensi 4.2

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat untuk setiap soal berikut dan berikan alasannya!

1. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & -8 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$ maka $A + B = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -15 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 11 & -1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 11 & -15 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 11 & 1 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

.....

.....

2. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ maka $3A - 2B = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 6 & 11 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 6 & 11 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 18 & 11 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 6 & -11 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ -18 & 11 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

.....

.....

3. Jika $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7a & 2b \\ 3c & 4d \end{pmatrix}$ maka $a + b + c + d = \dots$

a. 7

c. 9

e. 11

b. 8

d. 10

alasan:

.....

.....

.....

4. Diketahui $2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 11 \\ 26 \end{pmatrix}$ maka nilai k adalah

a. 5

c. 3

e. 1

b. 4

d. 2

alasan:

.....

.....

5. Nilai $x + y$ dari persamaan $\begin{pmatrix} 2 & x \\ 3y & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & 2x \\ y & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & -9 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$ adalah

a. -6

c. -4

e. 5

b. -5

d. 4

alasan:

.....

6. Hasil dari perkalian $\begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ adalah

a. $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

e. $(2 \ -2)$

b. $(-2 \ 2)$

d. $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

7. Hasil dari perkalian $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ adalah

a. $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 8 & 22 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 8 & 22 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

8. Hasil dari perkalian $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$ adalah

a. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -14 & 15 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 13 & -14 & 15 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 13 & -4 & 16 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 13 & 26 & 15 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 19 & -14 & 15 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

9. Nilai x dan y dari perkalian $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 51 \end{pmatrix}$ adalah

a. $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

10. Nilai $a + b$ dari perkalian $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 5 \\ 2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 54 \\ 14 & 28 \end{pmatrix}$ adalah

a. 1

c. 3

e. 5

b. 2

d. 4

alasan:

.....

Rangkuman

1. Penjumlahan atau pengurangan dua matriks adalah menjumlahkan atau mengurangi elemen-elemen pada matriks yang seletak, dua matriks dapat dijumlahkan atau dikurangkan jika memiliki ordo yang sama.

2. Perkalian skalar dengan matriks : Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ maka $2A = 2 \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

3. Matriks A dan matriks B dapat dikalikan ($A \times B$), jika banyaknya kolom matriks A sama dengan

banyaknya baris matriks B . Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 0 \end{pmatrix}$ Maka $A \times B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 0 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 1 \times 5 + 2 \times 8 & 1 \times 6 + 2 \times 9 & 1 \times 7 + 2 \times 0 \\ 3 \times 5 + 4 \times 8 & 3 \times 6 + 4 \times 9 & 3 \times 7 + 4 \times 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 16 & 6 + 18 & 7 + 0 \\ 15 + 32 & 18 + 36 & 21 + 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 24 & 7 \\ 47 & 54 & 21 \end{pmatrix}$$

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban uji kompetensi yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi kegiatan belajar 2 ini.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban benar}}{10} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai:

90 % - 100 % = sangat baik

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = sedang

0 % - 69 % = kurang

Kalau Anda mencapai tingkat penguasaan materi 80% ke atas, Anda dapat melanjutkan pada Kegiatan Belajar 3, kalau tingkat penguasaan Anda di bawah 80%, Anda harus mengulang Kegiatan Belajar 2, terutama di bagian yang belum Anda kuasai.

3. Kegiatan Belajar 3: Invers suatu Matriks

Sebelum kita membahas lebih lanjut tentang pengertian dari invers suatu matriks akan di bahas terlebih dahulu mengenai determinan suatu matriks

a. Determinan

Seperti yang telah kalian pelajari pada bagian sebelumnya bahwa matriks ada yang berordo 2×2 dan 3×3 . Pembahasan mengenai determinan suatu matriks akan dibatasi untuk matriks dengan ordo 2×2 dan 3×3 saja. Metode yang digunakan dalam menentukan determinan suatu matriks adalah metode *Sarrus* seperti di bawah ini.

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ maka $\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a.d - b.c$

Jika $B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ maka $\det(B) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a.e.i + b.f.g + c.d.h - c.e.g - a.f.h - b.d.i$

Tentukan determinan dari matriks: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix}$

Jawab

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = 1.4 + 2.3 = 4 + 6 = 10$$

$$\det(B) = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 5 \\ 7 & -8 \end{vmatrix} = 1.5.9 + (-2).6.7 + 3.(-4).(-8) - (3.5.7) - 1.6.(-8) - (-2).(-4).9$$

$$= 45 - 84 + 96 - 105 + 48 - 72 = -72$$

b. Minor, Kofaktor, dan Adjoin Matriks

Di samping determinan suatu matriks, ada hal penting lainnya yang harus kalian pelajari sebelum menentukan invers dan suatu matriks. Hal terpenting itu adalah minor, kofaktor, dan adjoin suatu matriks.

1) Minor

Jika matriks $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ maka berdasarkan matriks A tersebut dapat dibuat matriks minor sebagai berikut:

$$|M_{11}| = \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} = ei - fh, \quad |M_{12}| = \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} = di - fg, \quad |M_{13}| = \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} = dh - ge$$

$$|M_{21}| = \begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} = bi - ch, \quad |M_{22}| = \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} = ai - gc, \quad |M_{23}| = \begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} = ah - gb$$

$$|M_{31}| = \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} = bf - ce, \quad |M_{32}| = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - dc, \quad |M_{33}| = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - db$$

Sehingga diperoleh matriks minor dari matriks A adalah sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix}$$

2) Kofaktor

Pada bagian sebelumnya kalian telah mempelajari minor dan matriks minor dari suatu matriks yang berordo 3×3 . Jika $|M_{ij}|$ merupakan minor ke- ij dari matriks A maka bentuk dari $(-1)^{i+j} |M_{ij}|$ disebut kofaktor dari elemen ke- ij dari matriks A yang dilambangkan dengan K_{ij} . Sehingga $K_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$. Matriks yang elemen-elemennya merupakan kofaktor dari suatu matriks disebut matriks kofaktor.

$$K = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix}$$

Agar kalian lebih memahami minor dan kofaktor ini. Perhatikan dengan baik contoh berikut.

Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 11 \\ 0 & -3 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Tentukan:

- Minor dari matriks A
- kofaktor dari matriks A

Jawab

$$a. |M_{11}| = \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 3 \cdot 5 = -15$$

$$|M_{12}| = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-1) \cdot 5 = 5$$

$$|M_{13}| = \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 - (-1)(-3) = -3$$

$$|M_{21}| = \begin{vmatrix} 3 & 11 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 3 \cdot 11 = -33$$

$$|M_{22}| = \begin{vmatrix} 1 & 11 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - (-1) \cdot 11 = 11$$

$$|M_{23}| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - (-1) \cdot 3 = 6$$

$$|M_{31}| = \begin{vmatrix} 3 & 11 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = 3 \cdot 5 - (-3) \cdot 11 = 48$$

$$|M_{32}| = \begin{vmatrix} 1 & 11 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} = 5 - 0 = 5$$

$$|M_{33}| = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = -3 - 0 = -3$$

Berdasarkan nilai minor-minor di atas, maka matriks minornya adalah

$$\begin{pmatrix} -15 & 5 & -3 \\ -33 & 11 & 6 \\ 48 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$b. K_{11} = (-1)^{1+1} |M_{11}| = (-1)^{1+1} (-15) = -15$$

$$K_{12} = (-1)^{1+2} |M_{12}| = (-1)^{1+2} (5) = -5$$

$$K_{13} = (-1)^{1+3} |M_{13}| = (-1)^{1+3} (-3) = -3$$

$$K_{21} = (-1)^{2+1} |M_{21}| = (-1)^{2+1} (-33) = 33$$

$$K_{22} = (-1)^{2+2} |M_{22}| = (-1)^{2+2} (11) = 11$$

$$K_{23} = (-1)^{2+3} |M_{23}| = (-1)^{2+3} (6) = -6$$

$$K_{31} = (-1)^{3+1} |M_{31}| = (-1)^{3+1} (48) = 48$$

$$K_{32} = (-1)^{3+2} |M_{32}| = (-1)^{3+2} (5) = -5$$

$$K_{33} = (-1)^{3+3} |M_{33}| = (-1)^{3+3} (-3) = -3$$

Berdasarkan nilai-nilai kofaktor di atas maka matriks kofaktornya adalah

$$\begin{pmatrix} -15 & -5 & -3 \\ 33 & 11 & -6 \\ 48 & -5 & -3 \end{pmatrix}$$

3) Adjoin

Adjoin dari matriks A adalah suatu matriks yang dilambangkan $\text{Adj}(A)$. $\text{Adj}(A)$ diperoleh dengan cara mentranspose matriks kofaktor dari matriks A . Pemahaman yang baik tentang determinan, minor, kofaktor, dan adjoin ini sangat penting untuk menentukan invers dari suatu matriks.

c. Invers Matriks

Jika A dan B adalah matriks-matriks persegi yang ordonya sama dan berlaku $A.B = B.A = I$, maka B adalah invers dari A dan A invers dari B . Pada bagian ini akan kalian pelajari menentukan invers suatu matriks dengan ordo 2×2 dan 3×3 .

1) Invers matriks dengan ordo 2×2

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ dengan $a.d - b.c \neq 0$ maka invers dari matriks A dirumuskan dengan cara sebagai berikut:

$$A^{-1} = \frac{1}{a.d - b.c} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

2) Invers matriks dengan ordo 3×3

Misalkan $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ matriks dengan ordo 3×3 maka invers dari matriks tersebut dapat diperoleh

dengan cara sebagai berikut; $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{Adj}(A)$

Tentukan invers dari matriks berikut:

a. $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

b. $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

c. $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

Jawab

a. $A^{-1} = \frac{1}{2 \cdot 3 - (-5) \cdot (-1)} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{6 - 5} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

b. $B^{-1} = \frac{1}{5 \cdot 1 - 2 \cdot 2} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{5 - 4} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

c. $C^{-1} = \frac{1}{1 \cdot 2 - 0 \cdot (-2)} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2 + 0} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Tentukan invers matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 11 \\ 0 & -3 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

Jawab

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 11 \\ 0 & -3 & 5 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 + (-15) + 0 - (33 + 15 + 0) = -63$$

Dari contoh 4.8 diperoleh matriks kofaktor adalah $\begin{pmatrix} -15 & -5 & -3 \\ 33 & 11 & -6 \\ 48 & -5 & -3 \end{pmatrix}$ sehingga

$$\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} -15 & 33 & 48 \\ -5 & 11 & -5 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \text{Adj}(A)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-63} \begin{pmatrix} -15 & 33 & 48 \\ -5 & 11 & -5 \\ -3 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

d. Menyelesaikan Persamaan Linear dengan Matriks

Pada bab sebelumnya, kalian telah mempelajari sistem persamaan linear bukan? Pada bagian ini akan kalian pelajari penyelesaian sistem persamaan linear dengan menggunakan matriks. Agar kalian lebih memahaminya, perhatikan dengan baik uraian berikut ini.

Jika $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ bentuk persamaan di samping dapat diubah menjadi persamaan matriks sebagai:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} \text{ untuk menghitung nilai } x \text{ dan } y \text{ dapat menggunakan rumus:}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{a \cdot d - b \cdot c} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

Tentukan nilai x dan y dari sistem persamaan berikut dengan matriks:

$$\text{a. } \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases} \quad \text{b. } \begin{cases} 2x - 5y = 15 \\ 3x + 4y = 11 \end{cases}$$

Jawab

$$\text{a. } \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{3 \cdot 2 - 1 \cdot 5} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix} = \frac{1}{6 - 5} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 2 \cdot 7 - 1 \cdot 12 \\ -5 \cdot 7 + 3 \cdot 12 \end{pmatrix} = 1 \begin{pmatrix} 14 - 12 \\ -35 + 36 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ sehingga } x = 2 \text{ dan } y = 1$$

$$\text{b. } \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2 \cdot 4 - (-5) \cdot 3} \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 11 \end{pmatrix} = \frac{1}{8 + 15} \begin{pmatrix} 60 + 55 \\ -45 + 22 \end{pmatrix} = \frac{1}{23} \begin{pmatrix} 115 \\ -23 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ sehingga } x = 5 \text{ dan } y = -1$$

1. Determinan dari matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ adalah

2. Determinan dari matriks $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 7 & 5 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$ adalah

3. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & -6 & 5 \\ 1 & 8 & -9 \end{pmatrix}$ maka $|M_{11}|$ adalah

4. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 3 & -6 & 5 \\ 1 & 8 & -9 \end{pmatrix}$ maka K_{21} adalah

- alasan:**

5. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ maka $\text{Adj}(A) = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

.....

.....

6. Invers dari matriks $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ adalah

a. $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

.....

.....

7. Invers dari matriks $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ adalah

a. $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

.....

.....

8. Nilai $a + b$ dari persamaan matriks $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$ adalah

a. 1

c. 3

e. 5

b. 2

d. 4

alasan:

.....

.....

4. Adjoin dari matriks A adalah transpose dari kofaktor matriks A , ditulis $\text{Adj } A$.
 5. Invers dari matriks A ditulis A^{-1} , dirumuskan dengan:

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \frac{1}{a.d - b.c} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, dengan $a.d - b.c \neq 0$.

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, maka $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \text{Adj}(A)$

6. Persamaan linear dengan dua variabel dapat diselesaikan dengan matriks.

Jika $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ atau $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$, maka nilai x dan y dapat ditentukan

dengan rumus: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{a.d - b.c} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$

Umpan Balik dan Tindak Lanjut

Cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban Uji Kompetensi yang terdapat di bagian akhir modul ini, dan hitunglah jumlah jawaban Anda yang benar, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3 ini.

Rumus:

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah jawaban benar}}{10} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan yang Anda capai:

90 % - 100 % = sangat baik

80 % - 89 % = baik

70 % - 79 % = sedang

0 % - 69 % = kurang

Kalau Anda mencapai tingkat penguasaan materi 80% ke atas, Anda dapat melanjutkan pada Modul 5, kalau tingkat penguasaan Anda di bawah 8 %, Anda harus mengulang Kegiatan Belajar 3, terutama di bagian yang belum Anda kuasai.

Latihan Ujian Nasional 4A

POKOK BAHASAN : MATRIKS

NAMA :

KELAS :

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat untuk setiap soal berikut ini!

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ maka $3A + 2B = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 9 & -10 \\ 15 & 12 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 11 & 16 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 12 & 35 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

2. Jika $2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$ maka k adalah

a. -4

b. -2

c. 2

d. 3

e. 4

alasan:

.....

3. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ Maka $2A - B + 3C$ adalah

a. $\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 24 & 6 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} -24 & 6 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

4. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ maka $A.B = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 15 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 15 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 15 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

5. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, Jika C adalah matriks berordo 2×2 , sehingga $CA = B$, maka C adalah matriks

a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

alasan:

6. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, maka $(A+B)(A-B) - (A-B)(A+B) = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ c. $4 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ d. $8 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e. $16 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

alasan:

7. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, maka $A \cdot B - C = \dots$

a. $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -7 & 8 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -4 & -8 \\ -12 & 13 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 12 & 13 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 7 & -8 \end{pmatrix}$

alasan:

8. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, maka $A(B-C) = \dots$

a. $\begin{pmatrix} -5 & -14 \\ 10 & 18 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 1 & -16 \\ -2 & 22 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} -7 & 19 \\ 10 & 20 \end{pmatrix}$

alasan :

9. Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, maka invers dari matriks $A = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & \frac{5}{3} \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -\frac{2}{3} & 3 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} \frac{5}{3} & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ \frac{5}{3} & 2 \end{pmatrix}$

alasan:

10. Nilai x dan y pada persamaan matriks $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -4 \end{pmatrix}$ adalah

a. -3 dan 5 b. 5 dan 3 c. 9 dan 4 d. 13 dan -1 e. 23 dan -2

alasan:

Latihan Ujian Nasional 4B

POKOK BAHASAN : MATRIKS

NAMA :

KELAS :

Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat untuk setiap soal berikut ini!

1. Diketahui $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, maka $3A + 2B = \dots$

- a. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 5 & -15 \\ 12 & 35 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 11 & 4 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 9 & -10 \\ 15 & 12 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ 11 & 16 \end{pmatrix}$

alasan:

2. Diketahui $\begin{pmatrix} 5 & a & 3 \\ b & 2 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 2a & 2 & ab \end{pmatrix}$, maka nilai dari $a + b + c = \dots$

- a. 12 b. 14 c. 16 d. 18 e. 20

alasan:

3. Jika $\begin{pmatrix} 2x+1 & 2 \\ 4 & y-3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$, maka nilai x dan y adalah

- a. 2 dan 3 b. 2 dan 4 c. 2 dan 5 d. 3 dan 2 e. 3 dan 4

alasan:

4. Jika $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, maka $2A - B + 3C = \dots$

- a. $\begin{pmatrix} 9 & 6 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 24 & 6 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} -24 & 6 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$

alasan:

5. Jika $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$, maka $A.B = \dots$

- a. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 22 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -7 & 22 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -7 & 22 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 2 \\ 22 & 1 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 2 \\ -22 & 1 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

6. Jika $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, maka $2AB = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 16 \\ 6 \end{pmatrix}$

c. $(3 \ 8)$

d. $\begin{pmatrix} 16 \\ 3 \end{pmatrix}$

e. $(16 \ 6)$

alasan:

.....

7. Jika $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, maka $AB = \dots$

a. $\begin{pmatrix} 15 & 1 \\ 7 & -11 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -15 & 1 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -7 & 15 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 15 & -1 \\ -7 & -3 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 15 & 1 \end{pmatrix}$

alasan:

.....

8. Jika $A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ dan $A \cdot B = I$, dengan I matriks identitas, maka $B = \dots$

a. $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{5}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{5}{4} \\ \frac{1}{2} & -\frac{3}{4} \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{5}{4} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

alasan:

.....

9. Invers matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$, adalah

a. $\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -2 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -2 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -2 \\ \frac{1}{4} & -1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

e. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$

alasan:

.....

10. Nilai $x + y$ dari persamaan matriks $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 14 \end{pmatrix}$, adalah

a. 2

b. 3

c. 4

d. 5

e. 6

alasan:

.....